

Embaldosas substitutivas con Sage

(Substitution tilings with Sage)

Salta, Noviembre 2015

1. El triángulo y la alfombra de Sierpinski

En eso ejercicio consideramos embaldosas del plano que son elementos de $\{0, 1, 2, \dots, k\}^{\mathbb{Z}^2}$. Pero podemos tratar solamente motivo finito y las matrices son apropiadas por eso. Consideramos una matriz de 0 y 1 como palabras bidimensionales en $\{0, 1\}^{[0,m] \times [0,n]}$.

Para crear una matriz con Sage puede usar la función `matrix`. Las substituciones de los valores d'una matriz son similar de la substiciones en los *listas* o *tuples*. Y podemos también substituir submatrices

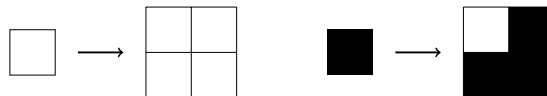
```

sage: m = matrix(3)      sage: m[0,0] = 3      sage: m[0:2, 1:3] = [[-1,-2],[-3,-4]]
sage: m                  sage: m[1,2] = -1      sage: m
[0 0 0]                  sage: m
[0 0 0]                  [ 3 -1 -2]
[0 0 0]                  [ 0 -3 -4]
                        [ 0 0 0]
sage: m                  [ 3 0 0]
[ 3 0 0]                  [ 0 0 -1]
[ 0 0 -1]                  [ 0 0 0]
[ 0 0 0]

```

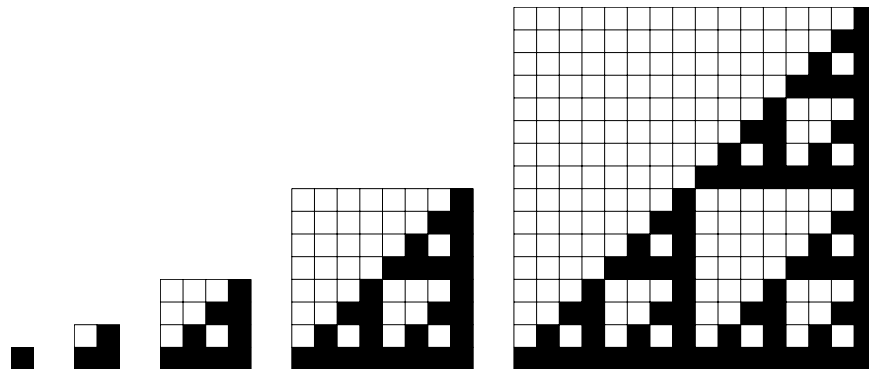
Puede usar la metoda `plot` de los matrices para hacer un dibujó: `m.plot()`.

1. Sea la regla siguiente de substitución

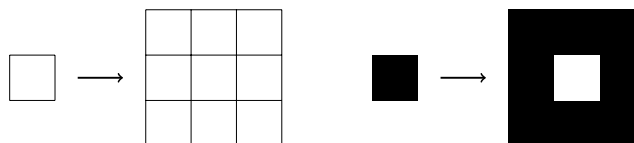


Hace una función Sage que pone una matriz $m \times n$ de 0 y 1 y que construye una matriz $2m \times 2n$ aplicando la substitución.

2. Hace un ciclo para aplicar varias veces la substitución y hace un dibujó como lo siguiente.

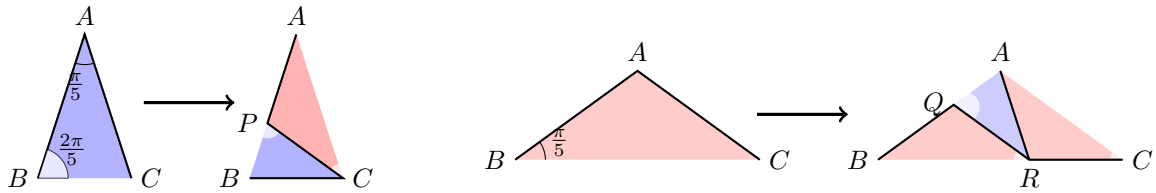


3. Hace lo mismo con la substitución para hacer la alfombra de Sierpinski



2. La embaldosa de Penrose

Queremos hacer la embaldosa de Penrose con reglas substitutivas. Hay dos reglas que son las siguientes



Con Sage, identificamos un punto del plano con un número complejo (CC). Vamos a encodar los triangulos de la embaldosa con un 4-tuple (`color,A,B,C`) donde `color` es la cadena 'azul' (*blue*) o 'rojo' (*red*) y A, B, C son los 3 vertices del triángulo.

1. Construye los triangulos que son a la izquierda de las reglas de substitución.
2. Escribe una función `subdivide(triangle)` que hace la subdivision de un triángulo. La salida debe ser una lista de triangulos.
3. Escribe una función `plot_triangle(triangle)` que dibujo un triángulo (`color,A,B,C`).
4. Escribe una función `plot_tiling(tiling)` que dibujo una lista de triángulo.
5. Hace un dibujo del embaldosa de Penrose con la repetición de la regla de substitución.